**二次函数的最值问题（3） 导学案**

**例1** 若实数，满足，求的最大值．

**例2**已知二次函数，其中为实数．  
当时，有恒成立，求实数的取值范围；  
当时，记的最小值为，求的表达式．

**例3** 定义：如果在给定的自变量取值范围内，函数既有最大值，又有最小值，则称该函数在此范围内有界，函数的最大值与最小值的差叫做该函数在此范围内的界值．

当时，下列函数有界的是          只要填序号；；；

当时，一次函数的界值不大于，求的取值范围；

当时，二次函数的界值为，求的值．

**例4** 在关于的函数中，对于实数、，当时，函数的最大值与最小值之差为，且则称此函数为“倍增函数”；  
当，时，判断下列函数是否是“倍增函数”？如果是，请在对应的括号里打“”，如果不是，请在对应的括号里打“”．  
\_\_\_\_\_\_；  
\_\_\_\_\_\_；  
\_\_\_\_\_\_；  
当时，反比例函数为“倍增函数”，求的值；  
已知二次函数是“倍增函数”，且的最大值为，求、的值．

**例1**【答案】

【解析】设，则一，

，

，

．

，

，即，

当时，随的增大而增大，

当时，有最大值，

即有最大值，最大值为．

**例2** 已知二次函数，其中为实数．  
当时，有恒成立，求实数的取值范围；  
当时，记的最小值为，求的表达式．

【答案】解由题可得，  
令得或，  
二次函数与轴得两个交点为，，  
，  
或，  
当时，  
开口方向向上，  
时，，  
，  
，  
解得；  
当时，  
开口方向向上，  
时，，  
又，  
这种情况不存在，  
综上，；  
由题可知，对称轴，  
当，即，  
取时，最小，  
；  
当，即，  
取，最小，  
；  
当，即，  
取，最小，  
；  
综上所处，．

**例3** 定义：如果在给定的自变量取值范围内，函数既有最大值，又有最小值，则称该函数在此范围内有界，函数的最大值与最小值的差叫做该函数在此范围内的界值．

当时，下列函数有界的是          只要填序号；；；

当时，一次函数的界值不大于，求的取值范围；

当时，二次函数的界值为，求的值．

【答案】(1)①③   
解：当时，函数，

当时，，当时，，

，故在时是有界函数；

；

的不等于，

函数在时没有最大值和最小值，

函数在时不是有界函数；

当时，，当时，，当时，，

，故在时是有界函数；

故答案为：；

(2)由函数在时的界值不大于2，

，

当时，*y*随*x*的增大而增大，

时，，时，，

，

，

当时，*y*随*x*的增大而减小，

时，，时，，

，

，

综上所述，*k*的取值范围为或  
(3)，

当时，，当时，，当时，，

①当时，，

此时，当时，*y*取最大值，当时，*y*取最小值，

，，

，解得舍去

②当时，，

当时，，，

，解得或舍

当时，，，

，解得或舍

③当时，，

，，

，解得舍去

综上所述，*a*的值为或

**例4** 【答案】

【解析】解：，  
  
当时，对，当时，函数有最小值，  
当时，函数有最大值，  
，  
为“倍增函数”．  
当时，对，当时，函数有最大值，  
当时，函数有最小值，  
，  
为“倍增函数”．  
当时，对，对称轴，且，则当时，函数有最小值，  
当时，函数有最大值，  
此时函数的最大值与最小值之差为，  
为“倍增函数”．  
综上：为“倍增函数”．  
故答案为：；  
，  
，且，  
  
，  
又为“倍增函数”，  
，化解得，  
解得；舍去，  
，  
对称轴为：；，  
当时；当时，，  
舍；，，  
，代入，得；  
当时：，即离对称轴较远，  
，舍；，  
，  
，代入，得，  
，，  
当时，不符合题意，  
当时，不符合题意，  
综上：，或或．